

Universidade Federal do Paraná

Setor de Sociais Aplicadas

Departamento de Economia

**Hiperinflação e o Modelo de Demanda de Moeda de Cagan**

Autor: Paulo Roberto dos Santos Silva

Orientador: Armando Vaz Sampaio

Curitiba – PR

Dezembro - 2017

Universidade Federal do Paraná

Setor de Sociais Aplicadas

Departamento de Economia

Paulo Roberto dos Santos Silva

**Hiperinflação e o Modelo de Demanda de Moeda de Cagan**

Curitiba – PR

2017

Paulo Roberto dos Santos Silva

## **Hiperinflação e o Modelo de Demanda de Moeda de Cagan**

Monografia apresentada ao curso de graduação em Economia da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial para obtenção do Grau de Bacharelado em Economia.

Curitiba – PR

2017

Paulo Roberto dos Santos Silva

## **Hiperinflação e o Modelo de Demanda de Moeda de Cagan**

Monografia submetida à Universidade Federal do Paraná, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Bacharelado em Economia.

**Professor Dr. Armando Vaz Sampaio**

Presidente da Banca – Orientador

**Professor Dr. José Guilherme Silva Vieira**

Membro

**Professor Dr. Fernando Motta Correia**

Membro

Curitiba – PR

2017

## Sumario

Resumo .....	6
Abstract .....	7
1. Introdução.....	8
1.1 Problema.....	9
1.2 Objetivos.....	10
1.2.1 Objetivo geral.....	10
1.2.2 Objetivos específicos .....	10
1.3 Metodologia .....	10
2. Hiperinflação e o Modelo de Demanda por moeda de Cagan .....	12
1.1 Tabela Projeção taxa de inflação .....	15
3. Senhoriagem e inflação .....	17
3.1 Estabilidade sob Crescimento da Moeda Constante.....	18
3.2 Senhoriagem e Inflação .....	21
3.3 Transferência Inflacionaria Total .....	22
3.3.1 Imposto Inflacionario. ....	22
4. Evidencias empíricas .....	24
4.1. Caso Alemanha.....	24
1.2 Tabela Nível de papel moeda em circulação Alemanha (1921 – 1922) .....	25
1.3 Figura Nível de preço Alemanha (1921 – 1923).....	26
4.2. Caso Brasil.....	27
1.4 Tabela taxa anual de inflação Brasil (1970 – 1989).....	28
1.5 Tabela taxa mensal de inflação Brasil (1986 – 1990).....	28
4.3. Caso Zimbábue .....	29
1.6 Gráfico taxa de Câmbio Zimbábue (2005–2007) x Alemanha (1921 – 1923) .....	31
1.7 Gráfico moeda em Circulação Zimbábue (2005–2007) x Alemanha (1921– 1923) .....	32
Conclusão .....	33
Referências Bibliográficas .....	34

## **Resumo**

O presente estudo busca apresentar e analisar o modelo de Cagan para hiperinflação e demanda de moeda. Para isso buscou-se verificar a relação entre inflação e o desequilíbrio monetário sofrido pelas economias estudadas, analisando se há relação com a busca do governo de encontrar a taxa de crescimento de moeda que maximiza a senhoriagem. Observou-se que quando a elasticidade da moeda com relação à inflação for igual a uma unidade a senhoriagem será maximizada, tal resultado é apresentado através de dedução matemática. Após apresentação do modelo proposto por Cagan são apresentadas algumas evidências empíricas que sustentam os resultados do modelo, tendo como principal base a hiperinflação vivida pela Alemanha após Primeira Guerra Mundial.

Palavras-chave: Inflação. Hiperinflação. Cagan. Senhoriagem.

## **Abstract**

The present study seeks to present and analyze the Cagan model for cases of hyperinflation. In order to do this, we try to verify the relationship between inflation and the monetary imbalance suffered by the economies, analyzing if there is any relationship with the government's quest to find the rate of money growth that maximizes seigniorage. As a conclusion of the objective of the study it is observed that when the elasticity of the currency in relation to inflation equals one unit the seigniorage will be maximized, such result is presented through mathematical deduction, and after presentation of the model proposed by Cagan some evidence is presented empirical results that support the results of the model, based on the hyperinflation experienced by Germany after the First World War.

Keywords: Inflation. Hyperinflation. Cagan. Seigniorage.

## Capítulo 1

### 1. Introdução

Ao se apresentar e estudar o modelo proposto por Cagan em 1956 é interessante se entender os processos e discussões vividas à época, Cagan propõem o modelo que tenta expressar o problema causado pelo desequilíbrio econômico causado pelo gasto superior a arrecadação e os efeitos que uma política monetarista de emissão de moeda para se auto financiar acaba por gerar. A época o debate entre monetaristas e Keynesianos sobre as melhores opções e escolha para a economia agitavam os ambientes econômicos e o modelo de Cagan vem para discutir os impactos que as escolhas do governo tem para com a economia. Sendo assim podemos notar a importância do debate vivido à época, além de poder vincular o modelo e idéias centrais ainda nos dias atuais com as leis criadas pelo governo na tentativa de reduzir a diferença entre gastos e arrecadação.

A Inflação é um termo conhecido mundialmente e nos mais variados tipos de povos, culturas e, obviamente, economias. Sua definição mais básica tem dois tipos de abordagens distintas: enquanto alguns economistas fazem uso do termo para explicitar um aumento geral dos preços de um mercado, outros estudiosos referem-se à mesma como o movimento de expansão monetária da economia, ou seja, mais moeda disponível no mercado.

Uma derivação de elevadas taxas de inflação é denominada por hiperinflação. Cagan em seus trabalhos define como casos de hiperinflação, inflações mensais que superem os 50 pontos percentuais por um período de 12 meses. No presente trabalho buscaremos apresentar e debater alguns pontos apontados por pelo autor em seu modelo, para tanto apresentaremos alguns modelos matemáticos e buscaremos apresentar evidências empíricas que possam reforçar a análise.

Para entendermos melhor os processos gerais que levam uma economia a exorbitantes taxas de inflação é necessário apresentar o conceito de senhoriagem, que provem da escolha do governo de se autofinanciar através da emissão de moeda. Para isso, é importante analisar o quanto da receita do governo é proveniente da emissão demasiada de moeda, e se casos de



elevada taxa de inflação podem ser a busca do governo de obter a taxa ótima de senhoriagem para financiar seu déficit orçamentário.

Casos de hiperinflação foram apresentados em dezenas de países, mesmo o caso da Hungria sendo a ocorrência mais extrema já registrada na história, o caso vivido pela Alemanha após a Primeira Guerra Mundial é o que sofreu mais estudo e podemos obter mais informações, onde o governo alemão se vê obrigado a emitir moeda sem lastro para arcar com os altos encargos impostos ao país derrotado na guerra. Casos de hiperinflação foram também registrados em países da América Latina, sendo interessante buscar entender o problema vivido pelo Brasil.

### **1.1 Problema**

Graus elevados de inflação têm impacto direto na economia de um país, o agente da economia que sofre o maior impacto em caso de inflação elevada é a população residente nessa economia. Tendo em vista os aspectos gerais que englobam a economia de um país é necessário analisar o papel que o governo exerce no que se trata aos fatores que tem impacto direto na inflação. Para entendermos altas taxas de inflação que chegaram a ultrapassar os 50% ao mês é necessário se analisar a situação econômica desse país, onde muitas vezes os elevados graus de endividamento e a impossibilidade de financiamento através de empréstimos externos fazem com que uma das únicas saídas encontradas pelo governo seja através da emissão de moeda sem lastro.

A emissão de moeda feita pelo governo para arcar com seus compromissos faz com que haja um aumento muito elevado na quantidade de moeda ofertada nessa economia, fato que não necessariamente é acompanhado por aumento igual no que diz respeito à demanda de moeda.

Esse desequilíbrio causado pela senhoriagem faz com que ocorra uma desvalorização do papel moeda do país, fazendo com que as taxas de inflação dessa economia tenham um aumento considerável. Senhoriagem é uma das fontes de receita do governo, em países com baixa inflação esse tipo de receita representa em torno de 0,5% do GNP (Blanchard e Fisher, 1989).

Tendo em vista esse fato e o não controle do financiamento via senhoriagem os resultados dessa política são terríveis para a economia do país, tendo a população residente dessa região impacto direto no seu dia a dia, tendo que conviver com altas de preços, desvalorização cambial entre outros fatores afetados pela inflação elevada.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo geral**

Apresentar e analisar o modelo proposto por Cagan para economias com hiperinflação, identificando as principais variáveis que englobam tal situação e apresentar uma análise empírica das principais hiperinflações registradas na história mundial.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

Visando atingir o objetivo principal alguns objetivos específicos são necessários, entre eles:

- Analisar o quanto de receita do governo é obtida a partir da emissão de moeda.
- Analisar qual seria a taxa ótima de emissão de moeda que maximiza a senhoriagem sem que haja grandes impactos na inflação da economia.
- Apresentar função matemática que aponta a magnitude da taxa inflacionária requerida para financiar os gastos do governo.
- Realizar uma apresentação de evidências empíricas que sustentem os resultados esperados pelo modelo de Cagan.

## **1.3 Metodologia**

O trabalho será desenvolvido através da apresentação e análise do modelo de demanda de moeda e hiperinflação proposto por Cagan (1956), para um melhor entendimento será proposto e realizado manipulações matemáticas na tentativa de identificar os principais fatores relevantes e assim obter um melhor entendimento sobre esse fenômeno monetário. Para uma análise empírica dos aspectos debatidos e apresentados, e a fim de complementar a análise matemática foram também utilizados materiais pertinentes sobre o tema propostos por outros autores que realizaram

pesquisas a luz do modelo desenvolvido por Cagan, sendo assim, o capítulo final realiza a apresentação dos principais fatos e variações sofridas por economias mundiais em tempos de hiperinflação.

## Capítulo 2

### 2. Hiperinflação e o Modelo de Demanda por moeda de Cagan

Em uma situação de hiperinflação, a demanda nominal de moeda é reduzida consideravelmente. As variáveis reais não tem quaisquer influências sobre as variáveis nominais devido às diferentes taxas de crescimento. Considere a seguinte função de demanda nominal de moeda.

$$\begin{aligned} M_t &= P_t c_t R_t^{-\alpha} \\ &= P_t c_t (r_t + \pi_{t+1})^{-\alpha}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Onde:

$M_t$ : representa o estoque nominal de moeda no período  $t$ ;

$P_t$ : nível geral de preço no período  $t$ ;

$R_t$ : taxa de juro nominal de um ativo financeiro (título)

$r_t$ : taxa de juro real de um ativo financeiro (título)

$\pi_t + 1 = \frac{P_{t+1}}{P_t}$  : representa a taxa de inflação

Se o consumo e a taxa de juros reais tiverem pequenas alterações, então podemos fazer a seguinte aproximação:

$$M_t = \phi P_t \pi_{t+1}^{-\alpha}, \quad \alpha > 0 \quad (2.2)$$

Cagan (1956) propôs uma variação da equação (2.2), na qual o logaritmo do estoque de moeda real depende somente da inflação esperada futura.

$$\ln M_t - p_t = -\alpha(E_t p_{t+1} - p_t) \quad (2.3)$$

Onde  $p_t = \ln(p_t)$  e  $E_t p_{t+1}$ , representa a expectativa condicional de  $p_{t+1}$  dado as informações disponíveis no tempo  $t$ . Se a oferta de moeda é determinada exogenamente, então usando substituição sucessiva, podemos isolar  $p_t$ , e dessa forma reescrever (2,3) como (Wickens 2008):

$$\begin{aligned} p_t &= \frac{\alpha}{1+\alpha} E_t p_{t+1} + \frac{1}{1+\alpha} \ln M_t \\ &= \frac{1}{1+\alpha} \sum_{s=0}^{\infty} \left( \frac{\alpha}{1+\alpha} \right)^s E_t \ln M_{t+s}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

Onde é assumido que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\alpha}{1+\alpha} \right)^n E_t p_{t+n} = 0 \quad (2.5)$$

Se, por exemplo, o crescimento da oferta de moeda é constante, e igual a  $\mu$ , então:

$$\Delta \ln M_t = \mu + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

Onde  $\varepsilon_t$  é um distúrbio aleatório sendo  $E_t \varepsilon_t + 1 = 0$ . Podemos então mostrar

$$\ln M_{t+s} = \ln M_t + \mu s + \sum_{i=1}^s \varepsilon_{t+i} \quad (2.7)$$

E, portanto,

$$E_t \ln M_{t+s} = \ln M_t + \mu s \quad (2.8)$$

Substituindo (2.8) em (2.4) e simplificando obtemos:

$$p_t = \ln M_t + \alpha \mu \quad (2.9)$$

Considerando a primeira diferença obtemos que a taxa de inflação esperada é igual à taxa de crescimento da moeda

$$E_t \pi_{t+1} = E_t \ln M_{t+1} - \ln M_t = \mu \quad (2.10)$$

Em períodos de hiperinflação, a alta taxa de inflação requer uma correspondente alta taxa de crescimento de oferta da moeda, como ocorreu na Alemanha nos anos de 1922-1923 e será mais bem analisado no decorrer do trabalho, e na ex União Soviética na década de 90, conforme apresentado em Wickens (2008).

Na presença de hiperinflação ocorre uma falta de receita tributária para sustentar os gastos do governo, e ao mesmo tempo a dificuldade de obter empréstimos externos força o governo em usar o “seigniorage taxation”, isto é, o governo simplesmente emite moeda para pagar os seus gastos (Wickens 2008).

Para ilustrar a magnitude da taxa inflacionária requerida para financiar os gastos do governo, podemos fazer uma simulação onde apresentamos a variação entre os gastos do governo em relação ao PIB e as receitas do governo em relação ao mesmo PIB, supondo de que a receita total do governo não será suficiente para cobrir com todos os gastos do governo ( $g$ ), assim fazendo com que haja a necessidade de o governo se financiar através da emissão de moeda (Senhoriagem), fazendo tal análise podemos projetar qual seria a taxa de inflação aproximada vivida nessa economia, portanto, vamos supor que os gastos do governo ( $\alpha$ ) são proporcionais ao PIB, e a receita tributária é suficiente para pagar apenas uma parcela do gasto do governo, ( $\beta$ ), e o estoque de moeda é uma proporção  $\gamma$  do gasto privado. A partir da restrição orçamentária do governo, a receita proveniente da senhoriagem como proporção do PIB, deve satisfazer:

$$\pi \frac{m}{y} = \frac{g-T}{y} \quad (2.11)$$

Onde  $\pi$  é inflação,  $y$  é o PIB real,  $g$  é o gasto real do governo, e  $T$  imposto real.

Isolando a taxa de inflação obtemos:

$$\pi = \frac{\frac{g}{y} \frac{g-t}{c}}{\frac{m}{c} \frac{y}{y}}$$

$$\pi = \frac{\alpha(1 - \beta)}{y(1 - \alpha)}$$

Onde  $\alpha = \frac{g}{y}$ ,  $\beta = \frac{T}{g}$ ,  $\gamma = \frac{m}{c}$ , e  $y = c + g$

Se por exemplo,  $\alpha = 0,5$ ,  $\beta = 0,5$ ,  $\gamma = 0,1$  então  $\pi \cong 500\%$

Em um país onde o governo é mais dominante e gasta mais que o PIB, portanto  $\alpha = 0,75$  e a diferença entre o gasto do governo e a receita tributária é muito maior, por exemplo,  $\beta = 0,2$ , requer que a taxa de inflação seja

$\pi \cong 2400\%$ , um número não diferente da taxa de inflação apresentando por alguns países da ex União Soviética (Wickens 2008).

### 1.1 Tabela Projeção taxa de inflação

Tempo	A	B	Y	Inflação
1	0,5	0,50	0,1	500%
2	0,6	0,40	0,1	900%
3	0,65	0,35	0,1	1207%
4	0,75	0,20	0,1	2400%
5	0,8	0,20	0,1	3200%

Fonte: Autoria própria.

Na simulação acima podemos analisar os principais efeitos do desequilíbrio entre receita e gastos do governo e o efeito que o financiamento do governo através da emissão de moeda descontrolada tem sobre a inflação gerada para a economia. Mesmo sendo uma projeção podemos notar que os valores de inflação gerados não se distanciam de valores vistos em economias pelo mundo, onde o principal fator gerador da inflação foi o desequilíbrio econômico e financeiro. Um dos últimos casos vivido no mundo foi o do

Zimbábue onde os efeitos dessas políticas causaram grande prejuízo para a população do país e levou ao colapso da moeda local, tal caso será mais bem apresentado e debatido nos capítulos seguintes.



## Capítulo 3

### 3. Senhoriagem e inflação

Quando a taxa de crescimento da moeda é dada, isso implica certa receita do governo proveniente da emissão de moeda, ou senhoriagem.

Senhoriagem é uma das fontes de receita do governo, em países com baixa inflação esse tipo de receita representa em torno de 0,5% do GNP (Blanchard e Fisher, 1989).

No caso extremo onde há uma economia com hiperinflação a emissão de moeda freqüentemente torna-se virtualmente a única fonte de receita do governo.

Como queremos focar na situação de uma economia com alta inflação, vamos assumir que as variáveis reais se movimentam lentamente comparadas com nível de preço, isso seria uma primeira aproximação de uma economia com hiperinflação.

O modelo é composto por duas equações, uma equação a respeito da demanda de moeda e uma equação que descreve a formação de expectativa. Segundo Cagan (1956), a função de demanda de moeda é dada pela expressão abaixo:

$$m \cong \frac{M}{P} = c. \exp(-\alpha \pi^*)$$

Onde “c” é um termo constante e  $\pi^*$  representa a taxa de inflação esperada,  $\alpha > 0$ .

Quanto maior a taxa de inflação esperada, menor será a demanda real por moeda. Duas hipóteses importantes estão implícitas nessa formulação. A primeira diz respeito que o produto é dado e, portanto, é parte do termo constante “c”. A segunda hipótese diz que a taxa real de juros é constante e, portanto, também está incluindo no termo constante “c”, isso é a razão pela qual é a taxa de inflação esperada, e não a taxa de juros nominal que aparece na equação (3.1).

A principal razão dessa forma funcional é a conveniência, pois parece consistente com os dados em economia com hiperinflação. No equilíbrio, o estoque real de moeda deve ser igual à demanda de moeda, e (3.1) pode ser interpretado como uma equação de equilíbrio.

Agora vamos especificar com as expectativas são formadas. Vamos assumir uma previsão perfeita e segundo Cagan (1956) vamos assumir uma expectativa sobre a inflação. Sob expectativa adaptativa, a expectativa da inflação pode ser ajustada como:

$$\frac{d\pi}{dt} = b(\pi - \pi^*) \quad b > 0 \quad (3.2)$$

Se a inflação corrente exceder a inflação esperada ( $\pi > \pi^*$ ), a inflação esperada irá aumentar. O coeficiente “b” reflete a velocidade na qual a expectativa é revisada. Notar que a inflação esperada depende somente da inflação passada.

A equação (3.2) pode ser integrada, para isolar  $\pi^*$

$$\pi^* = b \int_{-\infty}^t \pi s \exp[b(s - t)] ds \quad (3.3)$$

Dado a dinâmica do crescimento da moeda, a partir das equações (3.1) e (3.2) podemos determinar a dinâmica da inflação.

### 3.1 Estabilidade sob Crescimento da Moeda Constante

Cagan (1956) elabora algumas questões referentes à oferta de moeda, Cagan debate sobre quando o crescimento da moeda é uma taxa constante,  $\sigma$ , a inflação irá convergir para  $\sigma$  ou irá se afastar de  $\sigma$  em direção a uma situação de hiperinflação?

Para responder essa questão, diferenciamos a equação (3.1), depois de adicionar o logaritmo.

$$\frac{M}{P} = c \cdot \exp(-a\pi)$$

$$\ln\left(\frac{M}{P}\right) = \ln(c \cdot \exp(a\pi))$$

$$\ln(M) - \ln(P) = \ln(c) + \ln(\exp(-a\pi))$$

$$\ln(M) - \ln(P) = \ln(c) + -a\pi$$

$$\frac{1}{M} \frac{dM}{dt} - \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = -a \frac{d\pi^*}{dt}$$

$$\frac{M}{M} - \frac{P}{P} = -a \left( \frac{d\pi^*}{dt} \right)$$

$$\sigma - \pi = -a \left( \frac{d\pi^*}{dt} \right) \quad (3.4)$$

Substituindo (3.2) em (3.4), obtemos a relação entre  $\pi, \pi^*$  e  $\sigma$ :

$$\sigma - \pi = -ab(\pi - \pi^*) \quad (3.5)$$

$$ab(\pi - \pi^*) = -(\sigma - \pi)$$

$$ab\pi - ab\pi^* = -(\sigma - \pi)$$

$$ab\pi^* = ab\pi + (\sigma - \pi)$$

$$ab\pi^* = (ab - 1)\pi + \sigma$$

$$\pi^* = \frac{ab - 1}{ab} \pi + \frac{\sigma}{b}$$

A equação (3.5) é representado na figura 1, no espaço  $(\pi, \pi^*)$  onde  $\frac{d\pi^*}{dt} = 0$ . Ao longo de  $\frac{d\pi^*}{dt} = 0$ , representa as infinitas combinações de  $\pi^*$  e  $\pi$ , e onde a taxa de crescimento da moeda é igual à taxa de crescimento do preço ( $\sigma = \pi$ ), (3.5) representa uma equação diferencial de primeira ordem linear com coeficiente constante, portanto sua estabilidade depende da sua inclinação. Há dois casos a serem considerados:

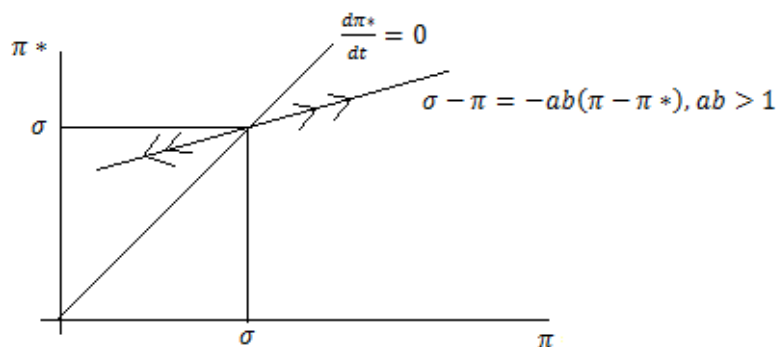
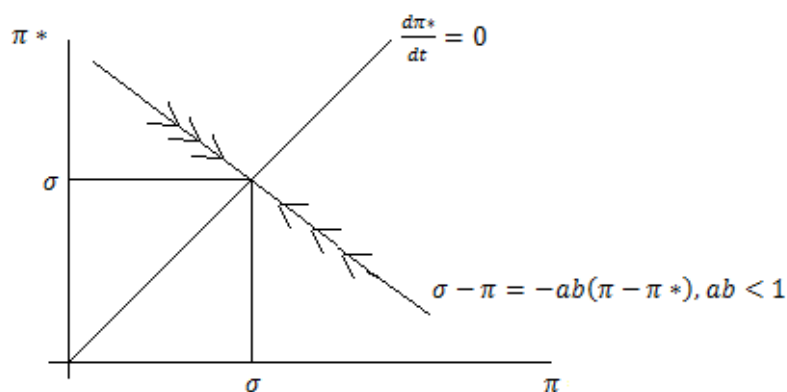
(1) Na figura 1.a,  $ab < 1$ , portanto  $\frac{d\pi^*}{d\pi} < 0$ , e o equilíbrio é estável;

(2) Na figura 1.b,  $ab > 1$ , portanto  $\frac{d\pi^*}{d\pi} > 0$ , e o equilíbrio é instável;

No caso de instabilidade, dependendo das condições iniciais, a economia poderá estar em inflação acelerada ou deflação acelerada. Portanto, a situação em hiperinflação sob crescimento de moeda constante, irá depender dos parâmetros “a” e “b”, que refletem respectivamente a elasticidade de demanda de moeda e a velocidade de revisão das expectativas.

Podemos nos perguntar então porque quando  $ab > 1$  o equilíbrio é instável? Se “b” é grande, uma maior inflação leva a uma revisão rápida da retenção de moeda, quando a inflação esperada é ascendente, e, portanto reduz a retenção de moeda; dado um crescimento da moeda, isso leva a promover revisão, acelerando assim a inflação. Tal resultado poderá ser visto ao se analisar as variações de moeda em circulação e o efeito que a mesma teve sobre a inflação encontrada nos países.

Se “a” é grande, um aumento da inflação leva a uma revisão ascendente da inflação esperada, tendo um efeito negativo a respeito da demanda de moeda, levando novamente a acelerar a inflação. De acordo com isso, se os indivíduos tiverem expectativas adaptativas, é possível haver hiperinflação que é resultado não de um crescimento acelerado de moeda, mas sim de um processo instável de auto-realização.



Fonte: Blanchard e Fisher, 1989

### 3.2 Senhoriagem e Inflação

A segunda questão elaborada por Cagan (1956) se dá com relação à Senhoriagem, onde é feita a pergunta de que se o equilíbrio é estável, qual seria o déficit máximo que o governo poderia financiar a partir da emissão de moeda?

A senhoriagem é igual a:

$$S \equiv \frac{\frac{dM}{dt}}{P} = \left( \frac{\frac{dM}{dt}}{M} \right) \left( \frac{M}{P} \right) = \sigma m$$

Usando a equação (3.1) e o fato de que no equilíbrio (sem crescimento)  $\pi^* = \sigma$ , teremos:

$$S = \sigma m$$

$$S = \sigma \cdot c \cdot \exp(-a\pi^*)$$

$$S = \sigma \cdot c \cdot \exp(-a\sigma)$$

Podemos agora determinar qual seria a taxa de crescimento da moeda que maximiza a senhoriagem:

Condições de primeira Ordem (CPO):

$$\frac{dS}{d\sigma} = c \cdot \exp(-a\sigma) + \sigma \cdot c \cdot (-a) \cdot (\exp(-a\sigma)) = 0$$

$$(1 - a\sigma)c \cdot \exp(-a\sigma) = 0$$

$$(1 - a\sigma) = 0$$

$$\sigma = \frac{1}{a}$$

$$\text{Ou } a \cdot \sigma = 1$$

Colocando de outra maneira, nota-se que a elasticidade de demanda de moeda com respeito a inflação é igual a  $-a\sigma$ , a condição de primeira ordem

informa que a senhoriagem é maximizada quando a elasticidade da moeda com relação a inflação, for igual a uma unidade.

### 3.3 Transferência Inflacionaria Total

Em uma economia com uma elevada taxa de inflação um dos agentes mais afetados é a população do país, a elevada desvalorização monetária tem um efeito drástico no dia a dia da população, porém, há alguns aspectos que devem ser levados em conta, são eles o do imposto inflacionário definido com os juros reais negativos pagos pelo Banco Central sobre seu passivo monetário (M1 e encaixes totais dos bancos comerciais) e transferência inflacionaria definida como o juro real negativo pago pela diferença entre os meios de pagamentos e a base monetária, juntos o imposto inflacionaria e a transferência inflacionaria apresentam a transferência inflacionaria total conforme expressão abaixo.(CYSNE, R. P. e LISBOA, P. C. C.,2007)

$$TIT = II + TI$$

A soma do imposto inflacionário e das transferências inflacionárias equivale aos juros reais negativos sobre M1 pagos pelo sistema bancário (Banco Central e bancos comerciais) como um todo para o restante da economia. A transferência inflacionaria total representam as transferências compulsórias de renda, em razão da existência de inflação, a favor do sistema bancário emissor de M1, e contra o restante da(s) economia(s) que mantém M1 entre seus ativos, pessoas físicas e jurídicas residentes no país, em particular (CYSNE,2007).

#### 3.3.1 Imposto Inflacionario.

Sendo B e P a base monetária e o nível de preços em função do tempo respectivamente, o imposto inflacionário entre o instante de referência 0 e 1, em moeda de poder aquisitivo do instante j, dá-se por:

$$II_j = P_j \int_0^1 \frac{B}{P^2} \frac{dP}{dt} dt(1)$$

Para se calcular a transferências inflacionarias para os bancos comerciais (TI) substitui-se, em (1), B por M1-B. No caso das transferências inflacionárias totais (TIT), troca-se B por M1. Tem-se assim, que  $TIT = II+TI$

A inflação pode ser encarada como um tributo sobre os saldos monetários reais. A taxa de inflação seria a alíquota que incide sobre a moeda retida, reduzindo seu valor. Os saldos monetários reais seriam considerados a base monetária. O produto entre estas duas variáveis, saldos monetários e inflação, seria o imposto inflacionário. Se a inflação é de 4%, o agente perde 4% do seu saldo monetário real. É como se houvesse o pagamento de um imposto de 4% sobre os seus saldos.

Imposto Inflacionário representa a relação inflação e saldos monetários reais. Senhoriagem é a receita que surge da relação entre crescimento da moeda nominal e saldos monetários reais. Em períodos em que crescimento da moeda for constante e, portanto, inflação deva acompanhar este crescimento, imposto inflacionário e senhoriagem serão iguais.

## **Capítulo 4**

### **4. Evidencias empíricas**

Tendo como base os conceitos apresentados nos capítulos anteriores podemos analisar alguns casos específicos onde um aumento na oferta de moeda que não teve como determinante um aumento na demanda da mesma acaba por gerar um desequilíbrio na economia do país. Tal aumento na oferta de moeda se dá pelo fato de o governo tentar financiar seus déficits através da emissão de moeda (Senhoriagem). O elevado aumento na oferta de moeda acaba por deslocar a curva de demanda tendo impacto direto no preço dos produtos que tem como reflexo um aumento na inflação do país. Tendo como base a definição de Cagan chegamos a casos de Hiperinflação quando o percentual de inflação ultrapassa os 50% ao mês em um período de 12 meses. O autor ainda apresenta o conceito em que a demanda real por moeda diminui conforme há aumento na taxa de inflação e como o governo, para se financiar, acaba por emitir mais moeda aumentando a oferta de moeda. Tais fatores acabam por aumentar a inflação e assim acentuarem a crise monetária do país (Cagan,1956). Como observação conceitual vale ressaltar que para que haja um aumento contínuo na inflação é necessário que continue a ser emitido papel moeda para que o processo seja sustentado.

#### **4.1. Caso Alemanha**

A hiperinflação não é uma novidade, existiram muitos casos ao longo da história econômica, sendo o mais emblemático e estudado de todos a hiperinflação Alemã pós-Primeira Guerra Mundial. As obrigações de pagamentos com a guerra, e a pesada indenização dos países vencedores com a imposição do Tratado de Versalhes, induziram a República de Weimar a se financiar via impressão de moeda sem lastro (Bresciani-Turroni, 1968).

Como pontuado por Bresciani-Turroni, em dezembro de 1923, o Reichsbank já havia emitido 496,5 quintilhões de marcos, fazendo com que cada cédula valesse um trilionésimo do que valia em ouro de 1914. A dívida pública total subiu de 5,2 bilhões de papiermark em 1914 para 105,3 bilhões



em 1918. Sendo assim, o reichsmark, que até então era lastreado em ouro (e que, por isso, também era chamado degoldmark), se transformou no papiermark, uma moeda de papel puramente fiduciária, sem nenhum lastro. A inflação fazia com que as mercadorias dobrassem de valor a cada 3,7 dias. Entre janeiro de 1922 e dezembro de 1923 a taxa acumulada de inflação ascendeu a um bilhão por cento. (Bresciani-Turroni, 1968).

### 1.2 Tabela Nível de papel moeda em circulação Alemanha (1921 – 1922)

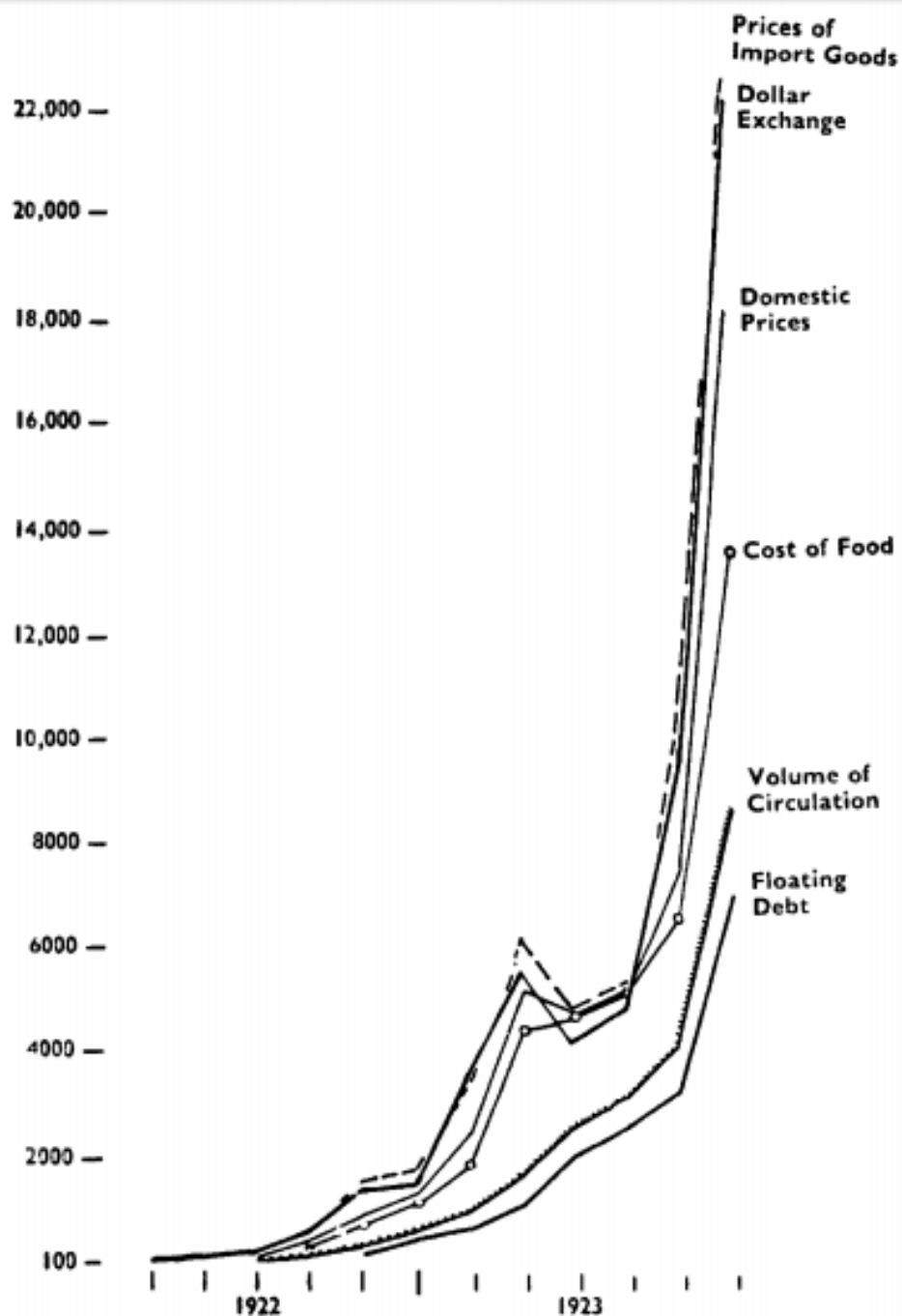
month year	Circulation	Dollar Rate	Internal prices	Prices if imported goods	Cost of livings (food)	Floating debt
May 1921	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
June 1921	103,9	111,3	104,3	104,7	103,8	104,8
July 1921	106,0	123,1	108,1	113,0	113,0	108,1
August 1921	108,7	135,3	151,1	127,1	120,4	114,8
September 1921	116,7	168,4	154,2	173,5	122,3	119,1
October 1921	122,0	241,1	176,5	235,4	133,1	123,4
November 1921	133,5	422,4	234,4	371,8	165,8	128,3
December 1921	150,4	308,3	250,4	333,0	178,6	139,8
January 1922	152,2	308,1	267,2	333,2	186,6	144,8
February 1922	157,8	333,9	297,2	380,8	228,8	148,8
March 1922	164,4	456,5	397,1	490,0	272,9	154,0
April 1922	184,4	467,4	472,7	538,6	330,0	159,1
May 1922	198,8	466,0	476,0	565,8	354,5	163,8
June 1922	221,1	509,9	516,6	622,4	387,8	167,1
July 1922	248,6	792,2	734,6	909,7	517,9	174,3

Fonte: Bresciani-Turroni, Economics of Inflation, pg 33

A tabela acima demonstra a evolução da quantidade de papel moeda em circulação e o efeito que o mesmo tem com relação à taxa de câmbio, preço dos produtos tanto nacional quanto importado. Tais fatores demonstram o

efeito que a taxa de inflação tem com o dia a dia da população do país que vê seu poder de compra diminuir enquanto o valor dos produtos dispara elevando o preço do custo de vida desse país.

### 1.3 Figura Nível de preço Alemanha (1921 – 1923)



Fonte: Bresciani-Turroni, Economics of Inflation, pg 34

O gráfico acima demonstra o comportamento de algumas variáveis no período de julho de 1922 a julho de 1923. É evidente a tendência da taxa do dólar em seguir acima do preço dos produtos internos do país.

#### **4.2. Caso Brasil**

O Brasil também viveu em sua história taxas de inflação que ultrapassavam os 50% ao mês, mesmo não tendo o mesmo motivo que a inflação Alemã, o Brasil se viu em uma dívida externa elevada nos anos 70, aliado ao choque externo de 1979 devido à crise do petróleo e as altas taxas de juros onde sem o financiamento externo levaram a consequências semelhantes às vistas na Alemanha. Tendo em vista a crescente dívida pública e uma receita insuficiente para arcar com as mesmas, foi o estopim para que a alternativa para honra com os pagamentos fosse à emissão de moeda sem lastro. O aumento da base monetária em demasia é uma “bomba relógio”, o descontrole na oferta de moeda causa o desequilíbrio na economia, que por sua vez impacta diretamente no dia a dia da população.

O controle da inflação está diretamente relacionado ao controle do déficit público. No Brasil, junto ao controle fiscal, buscou-se sem sucesso dar uma estabilização dos preços através do congelamento dos mesmos, medida que foi ineficaz e insuficiente para estabilizar a inflação.

#### 1.4 Tabela taxa anual de inflação Brasil (1970 – 1989)

	%	Ano	%
1970	19.3	1980	110.2
1971	19.5	1981	95.1
1972	15.8	1982	99.7
1973	15.5	1983	211.0
1974	34.6	1984	223.8
1975	29.4	1985	235.1
1976	46.2	1986	65.0
1977	38.8	1987	415.8
1978	40.8	1988	1037.6
1979	77.2	1989	1782.9

*Fonte:* Índice Geral de Preços (IGP) da Fundação Getúlio Vargas.

#### 1.5 Tabela taxa mensal de inflação Brasil (1986 – 1990)

	1986	1987	1988	1989	1990
Jan.	17,8	12,0	19,1	36,6	71,9
Fev.	22,4	14,1	17,6	11,8	71,7
Mar.	-1,0	15,0	18,2	4,2	81,3
Abr.	-0,6	20,1	20,3	5,2	11,3
Mai.	0,3	27,7	19,5	12,8	9,1
Jun.	0,5	25,9	20,8	26,8	
Jul.	0,6	9,3	21,5	37,9	
Ago.	1,3	4,5	22,9	36,5	
Set.	1,1	8,0	25,8	38,9	
Out.	1,4	11,2	27,6	39,7	
Nov.	2,5	14,5	28,0	44,3	
Dez.	7,6	15,9	28,9	49,4	

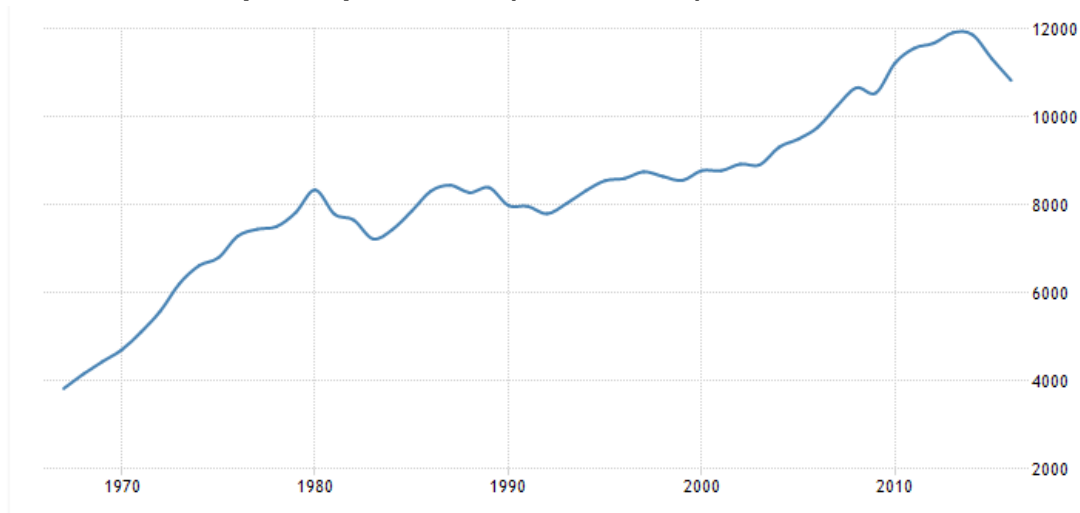
*Fonte:* IGP/FGV.

Ao analisarmos o período de inflação vivido pelo Brasil e buscando evidências dos aspectos do processo com o modelo proposto por Cagan, fica nítida a similaridade no que diz respeito ao processo de expectativas adaptativas, onde os planos de congelamentos de preço para controle de inflação esbarravam na expectativa futura de inflação, onde os agentes já cientes do processo inflacionário vivido no passado já previam aumentos de

inflação superiores ao vistos nos meses anteriores, trazendo assim um espiral inflacionário.

Para finalizar a análise referente aos impactos da inflação na economia brasileira uma variável que apresenta o impacto que esse desequilíbrio traz para com a população do país é o PIB per capita.

#### 1.5.1 Gráfico PIB per Capita Brasil (1967 a 2016)



Fonte: Elaboração própria.

Ao se analisar o PIB per Capita do Brasil, em especial no período em que foi apresentado um aumento considerável da inflação podemos notar que a uma perda considerável no indicador, sendo assim esta de acordo com o apontado pelo modelo de Cagan em que em casos de elevada inflação há uma diminuição no poder de compra da população, mesmo com o aumento de salário para tentar reduzir as perdas.

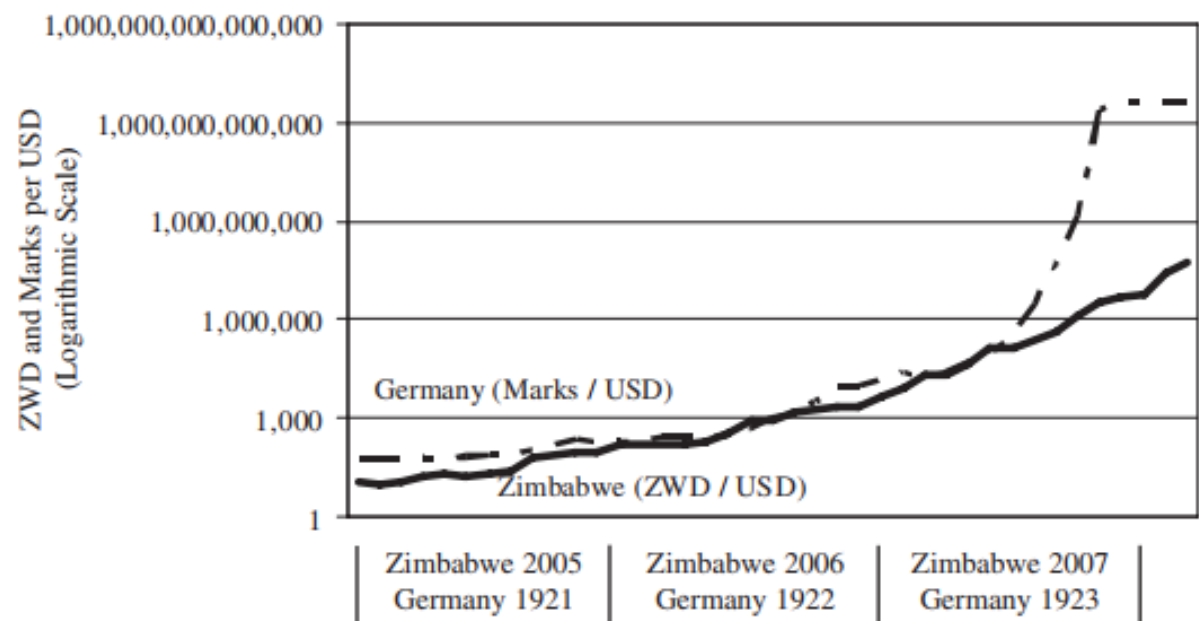
#### 4.3. Caso Zimbábue

Um caso recente em que o governo para se financiar optou pela emissão demasiada de moeda e assim acabou por criar uma crise de hiperinflação no país foi o Zimbábue. A hiperinflação no Zimbábue fez com que a taxa de inflação em novembro de 2008 chegasse à 11 dígitos (79,6 bilhões por cento) chegando a uma taxa anual que excede os 281 milhões percentuais em 2008. A inflação diária era de 98%, e os preços dobravam a cada 24 horas. A ingerência econômica foi notável, Mugabe imprimiu 21 trilhões de dólares

zimbabuanos para quitar uma dívida com o Fundo Monetário Internacional (FMI) além da impressão de 60 trilhões para pagar salários de policiais, soldados e outros funcionários públicos. O colapso vivido pela moeda do país fez com que a desvalorização da moeda nacional frente ao dólar fosse de 99.9%(HANKE, STEVE,H.,2008)

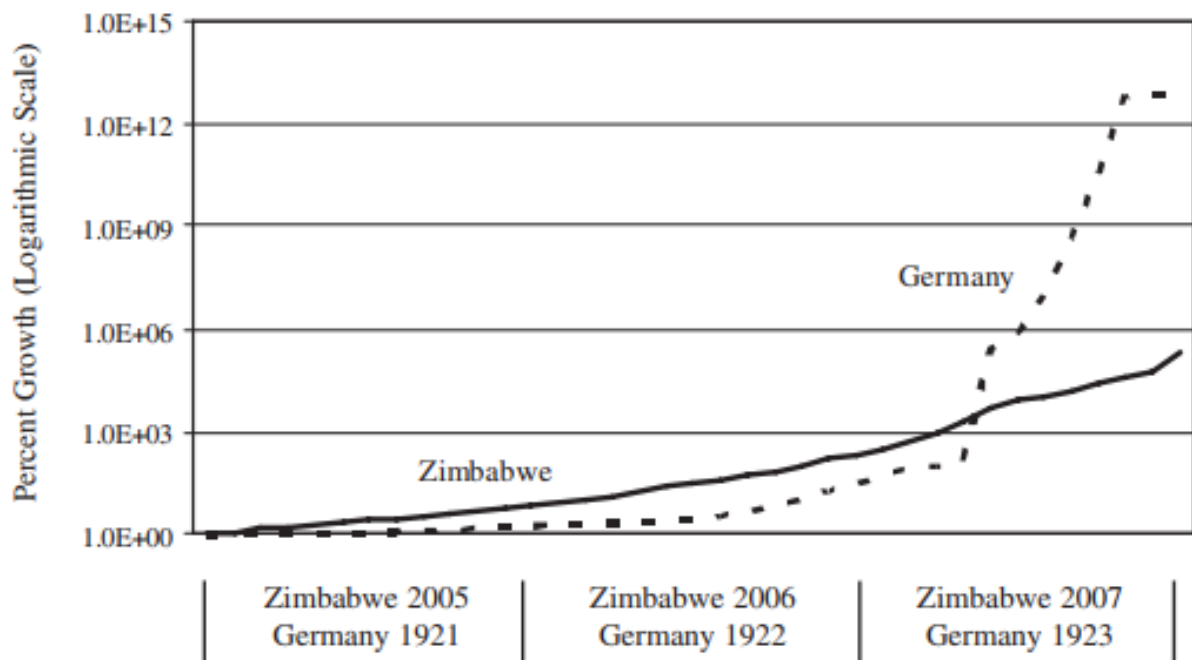
A emissão de papel moeda para financiamento dos gastos públicos é uma alternativa utilizada por muitos países, e respeitando certos níveis podem não causar grandes problemas na economiacomo apresentado nos modelos de Cagan,porem é interessante analisar os dois gráficos abaixo, onde se faz uma comparação entre a taxa de câmbio dos países e a quantidade de moeda em circulação no período de hiperinflação.

## 1.6 Gráfico taxa de Câmbio Zimbábue (2005 – 2007) x Alemanha (1921 – 1923)



Fonte: Thomas J. Sargent, Rational Expectations and Inflation, 2nd ed. (New York: Harper Collins, 1993); Imara Asset Management Zimbabwe, May 1, 2008; and author's calculations.

### 1.7 Gráfico moeda em Circulação Zimbábue (2005 – 2007) x Alemanha (1921 – 1923)



Fonte: Thomas J. Sargent, Rational Expectations and Inflation, 2nd ed. (New York: Harper Collins, 1993); Reserve Bank of Zimbabwe, “Statistics, Monthly Review” (February 2008), p. 26, <http://www.rbz.co.zw>; and author’s calculations.

Ao analisar os aspectos gerais que envolvem o processo inflacionário vivido pelo Zimbábue podemos evidenciar que as repetições de erros vividos em outras economias no passado não foram suficientes para evitar novos problemas de hiperinflação gerados pela senhoriagem. A exorbitante elevação nos níveis de papel moeda em circulação e o elevado grau de desvalorização sofrido pela moeda local demonstram os grandes problemas que tais atos causam na economia de um país. Tendo em vista a desvalorização da moeda nacional e a crescente alta dos preços é visto um processo de substituição da moeda local por uma “moeda forte” na tentativa de se proteger, esse vem sendo um caminho adotado nos repetidos casos de desvalorizações monetárias sofridas pelo mundo.



## Conclusão

Ao concluir o presente trabalho notamos que a crescente alta na inflação vivida pelos países analisados está diretamente relacionada ao desequilíbrio entre oferta e demanda por moeda. Onde a alta taxa inflacionaria esperada é relacionada com os níveis de crescimento da oferta de moeda, tais fatos ficam claros após analisarmos a relação direta apresentada por essas duas variáveis na inflação vivida na Alemanha 1922-1923. O endividamento sofrido pelos países é um dos principais fatores que faz com que haja um aumento na inflação, a mesma ocorre pelo fato do governo buscar o autofinanciamento através da emissão de moeda, a diferença entre a renda do governo oriunda da tributação e o gasto do governo está diretamente relacionada com altas taxas de inflação com as vistas na antiga União Soviética. Outro ponto que fica evidenciado com o decorrer do presente trabalho é o ponto da formação de expectativa dos agentes, onde há uma relação direta entre a inflação esperada com a inflação passada.

Com relação à maximização da senhoriagem de uma economia conclui-se que a elasticidade de demanda de moeda com respeito à inflação é igual a  $(-\alpha\sigma)$ , e a condição de primeira ordem informa que a senhoriagem é maximizada quando a elasticidade da moeda com relação à inflação for igual a uma unidade. Outro resultado apresentado ao final do presente trabalho está relacionado com a questão elaborada por Cagan referente ao comportamento da inflação com crescimento da oferta de moeda a uma taxa constante, como resultado Cagan aponta que a hiperinflação sob crescimento de moeda constante, irá depender dos parâmetros “a” e “b”, que refletem respectivamente a elasticidade de demanda de moeda e a velocidade de revisão das expectativas.

Como conclusão final do presente trabalho nota-se que a inflação vivida em muitas economias do mundo tem como principal fator o endividamento e a busca de financiamento através da senhoriagem, que em casos extremos causam problemas enormes para a economia do país e afetam em sua grande maioria a parte mais fraca da economia, a população em geral que não tem muitas alternativas para se proteger de tal problema.

Pode-se fazer um paralelo entre o modelo e conceitos debatidos por Cagan (1956), com as políticas realizadas recentemente no Brasil, onde a imposição de limites de gastos públicos tem como um dos principais motivos reduzir a disparidade entre os gastos e as receitas obtidas pelo governo.

Ao realizarmos tal análise podemos notar a importância e relevância do tema proposto por Cagan, e evidenciar que nos dias de hoje ainda se faz necessário uma análise e medidas para se tentar evitar que haja prejuízo para os agentes econômicos proveniente da emissão de moeda em demasia e gastos públicos superiores a arrecadação.

## Referências Bibliográficas

- [1] BLANCHARD, O. J. e FISHER, S., **Lectures on Macroeconomics**, The MIT Press, 1989, 650pp.
- [2] BRESCIANI, TURRONI., **The Economics of Inflation – A study of Currency Depreciation In Post-War Germany**, Northampton, 1968, 463pp.
- [3] CAGAN, P., **The Monetary Dynamics of Hyperinflation**, In Studies in the Quantity Theory of Money (ed. M. Friedman), pp. 25-117. University of Chicago Press, 1956.
- [4] CERQUEIRAS, L. F. Expectativas Déficit, Senhoriagem e Inflação. **Textos Para Discussão**, TO 197, Junho, UFF Economia, 46pp, 2006.
- [5] CYSNE, R. P. e LISBOA, P. C. C. Imposto Inflacionário no MERCOSUL e nos Estados Unidos. **Estudos Econômicos**, vol. 37, n.2 pp. 275-291, 2007.
- [6] CYSNE, R. P. Imposto Inflacionário e Transferência no Brasil: 1947-2003. **Revista de Economia Política**, vol. 24, n.4 pp. 620-624, 2004.
- [7] CYSNE, R. P. I Imposto Inflacionário e Transferência no Brasil. **Revista de Economia Política**, vol. 14, n.3 pp. 121-128, 1994.
- [8] CYSNE, R. P. Contabilidade com juros reais, déficit público e imposto inflacionário. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, vol. 20, n.1 pp. 11-190, 1990.
- [9] GEORGE, D. A. e OXLEY, L. Money and Inflation in a nonlinear model . **Discussion Paper Series**, number 160, Edinburgh School of Economics, July, 2007, 18pp.
- [10] HANKE, STEVE, H. **Zimbabwe From Hyperinflation to Growth** Development Policy Analysis no. 6 (Washington, D.C.: Cato Institute, 2008 June 25). pp36

- [11] HOLANDA BARBOSA, F., SILVA FILHO, T. N. T. Testing Hyperinflation Theories Using the Inflation Tax Curve: a case study. **Working Paper Series**, number 166, Banco Central do Brasil, July, 2008, 38pp.
- [12] KOECH, J. Hyperinflation in Zimbabwe. **Globalization and Monetary Policy Institute**, Annual Report, Federal Reserve Bank of Dallas, 11pp. 2011.
- [13] PETROVIÊ, P. e BOGETIÊ, Z. The Yulolsav Hyperinflation of 1992-1994: Causes, Dynamics, and Money Supply Process. **Journal of Comparative Economics**, vol. 27, pp. 335-353, 1999.
- [14] REINHART, C. M. e SAVASTANO, M. A. The Realities of Modern Hyperinflation - Despite falling inflation rates worldwide, hyperinflation could happen again. **Finance & Development**, June 2003, 4pp.
- [15] WICKENS, M., **Macroeconomic Theory - A Dynamic General Equilibrium Approach**, Princeton University Press, 2008, 477pp.